

Laporan Penelitian

Studi Efek Kontinuitas Pada Tekuk Torsi Lateral Balok Terlentur

Paulus Karta Wijaya



**UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
FAKULTAS TEKNIK**

Abstract

Steel beams with bending moment, have a kind of instability called lateral torsional buckling. The critical moment of a beam depends on its length, distribution of bending moment and on its end condition. Often, the beam is laterally supported on some points of the beam to increase critical moment. In AISC Specification for Structural Steel Buildings takes the length as the unbraced length, which means the distance between these lateral bracing. The AISC does not take into account the influence of the parts of the beam which continuously connected to the part of the beam which is being considered. In this research, the influence of the other parts of the beam is studied. Calculation of critical moment is performed using finite difference method considering the beam as a whole, with its lateral support. A computer program is developed to perform the analysis. The results of this study is that when the whole beam is analysed, the critical moment is increased significantly compared to critical moment from AISC method. For the beam being considered in this study, the increase is up to 49%. The conclusion of this study is that the analysis of critical moment for lateral torsional buckling, has to be performed considering all part of the beam.

Abstrak

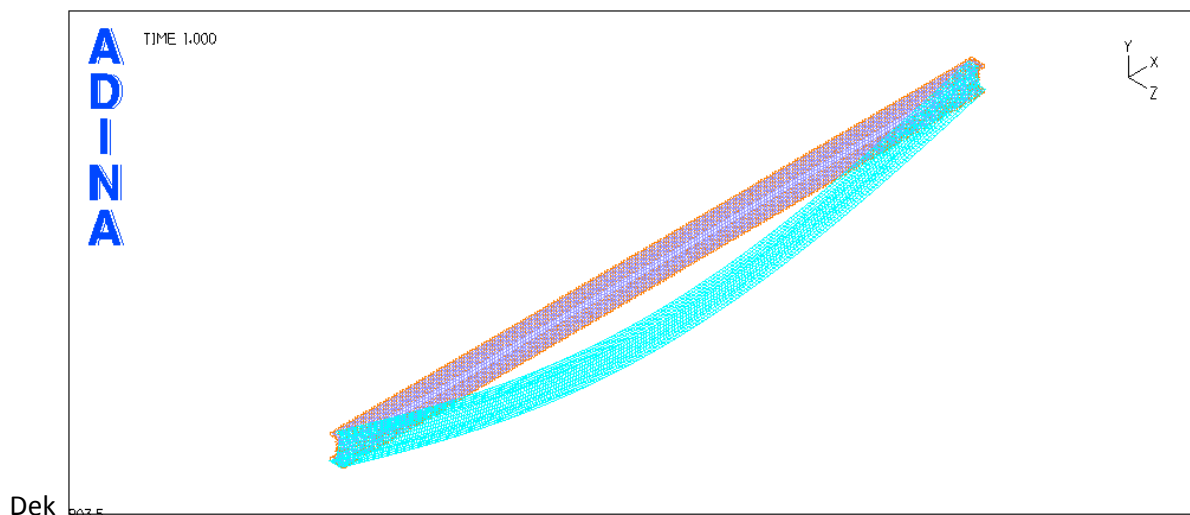
Balok baja yang mengalami momen lentur, mempunyai gejala instabilitas yang disebut tekuk torsi lateral. Dalam hal ini perlu dihitung besarnya momen kritis balok tersebut yang besarnya tergantung pada panjang balok dan distribusi momen lentur. Dalam peraturan AISC, panjang balok adalah panjang bagian balok diantara tumpuan lateral yang mencegah balok tersebut mengalami perpindahan keluar bidang lentur. Analisis tekuk torsi lateral menurut AISC dilakukan dengan meninjau bagian balok diantara dua tumpuan lateral dan kemudian ujung bagian balok tersebut dianggap tertumpu sederhana tanpa memperhitungkan adanya bagian balok lain yang tersambung secara kontinu dengan bagian balok yang sedang ditinjau. Penelitian ini hendak mempelajari pengaruh bagian lain balok tersebut. Metode penelitian yang digunakan adalah metode beda hingga. Persamaan diferensial untuk tekuk torsi lateral telah tersedia diberbagai literature. Penyelesaian dengan metode beda hingga dilakukan dengan membuat program computer dengan menggunakan bahasa fortran. Kesimpulan dari studi ini adalah bahwa bagian balok yangng lain dari yang sedang ditinjau itu dapat meningkatkan momen kritis secara signifikan. Dalam studi ini peningkatan tersebut mencapai 50%. Sebagai kesimpulan lanjutan adalah, analisis untuk menghitung momen kritis, perlu dilakukan dengan meninjau balok secara keseluruhan dan bukan bagian antar dua tumpuan.

BAB 1 PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Suatu balok yang mengalami momen lentur, harus direncanakan berdasarkan kekuatan, kekakuan dan stabilitas. Terhadap kekuatan, momen lentur yang terjadi akibat beban luar harus lebih kecil dari pada momen plastis. Terhadap kekakuan, lendutan yang terjadi akibat beban kerja tidak boleh lebih besar dari suatu syarat tertentu. Terhadap stabilitas, momen lentur yang terjadi tidak boleh lebih besar dari pada momen nominal akibat tekuk torsi lateral.

Tekuk torsi lateral adalah suatu gejala dimana akibat momen lentur, balok tiba tiba mengalami perpindahan (displacement kesamping). Bilamana balok mengalami momen lentur, maka salah satu flens akan mengalami tegangan tekan dan flens yang lain mengalami tegangan tarik. Flens yang mengalami tekan berperilaku seperti batang tekan sehingga ada gejala tekuk. Karena tekuk diarah sumbu lemah flens terhalang oleh web, maka tekuk terjadi diarah sumbu kuat flens yaitu kearah luar bidang balok. Sebagai akibat balok mengalami perpindahan keluar bidang balok dengan disertai puntir. Oleh karena itu panjang flens tertekan yang tidak tertumpu menentukan tekuk torsi lateral. Bila balok mengalami tekuk torsi lateral maka balok tersebut tidak dapat mencapai momen plastisnya. Pada balok yang pendek, tekuk torsi lateral tidak terjadi dan balok dapat mencapai momen plastisnya.



Gambar 1.1 Gejala Tekuk Torsi Lateral

Gejala tekuk torsi lateral sangat dipengaruhi oleh panjang balok dan besarnya momen lentur. Untuk suatu panjang tertentu, momen lentur yang menyebabkan terjadinya tekuk torsi lateral disebut momen kritis. Makin panjang balok, makin kecil momen kritisnya. Untuk mengupayakan agar momen kritis meningkat, pada flens atas balok diberi tumpuan lateral yaitu agar di titik dimana ada tumpuan lateral tersebut tidak terjadi perpindahan kesamping. Dengan adanya tumpuan lateral ini maka seolah olah balok menjadi lebih pendek yaitu sepanjang jarak antara dua tumpuan lateral.

Dalam peraturan AISC, tinjauan tekuk torsi lateral dilakukan pada bagian balok diantara dua tumpuan lateral tersebut. Kemudian bagian balok tersebut dianggap sebagai tertumpu sederhana dan dikedua ujungnya bekerja momen lentur sebesar momen lentur di titik tersebut. Setelah itu dihitung momen nominal dari bagian balok tersebut. Nilainya harus lebih besar dari pada momen maksimum yang terjadi pada balok tersebut. Bila momen nominal lebih kecil dari momen maksimum yang terjadi, disimpulkan bahwa tekuk torsi lateral akan terjadi. Maka balok harus diperbesar atau ditambah tumpuan lateralnya. Penelitian ini merupakan rangkaian panjang penelitian tentang tekuk torsi lateral pada struktur baja. Gejala instabilitas adalah gejala yang dominan pada struktur baja karena pada umumnya struktur baja bersifat langsing. Tujuan jangka panjang penelitian ini adalah untuk memperbaiki prosedur perancangan (disain) balok baja yang sekarang ini ada.

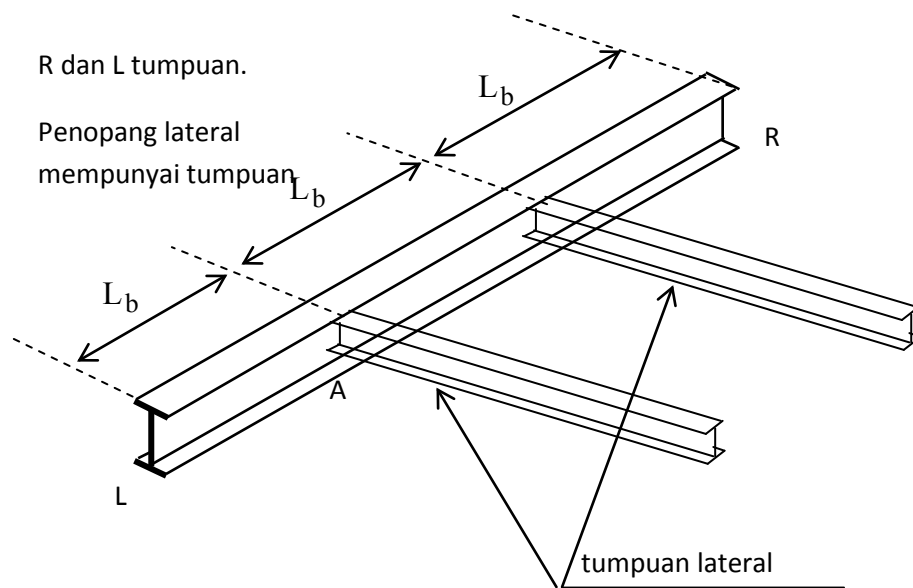
Tujuan Khusus

Sebagaimana diuraikan diatas bahwa untuk menghitung momen kritis suatu balok terlentur yang mempunyai tumpuan lateral pada beberapa tempat adalah dengan cara mengisolasi balok diantara dua tumpuan lateral. Contoh dari tumpuan lateral adalah seperti pada Gambar 1.2.

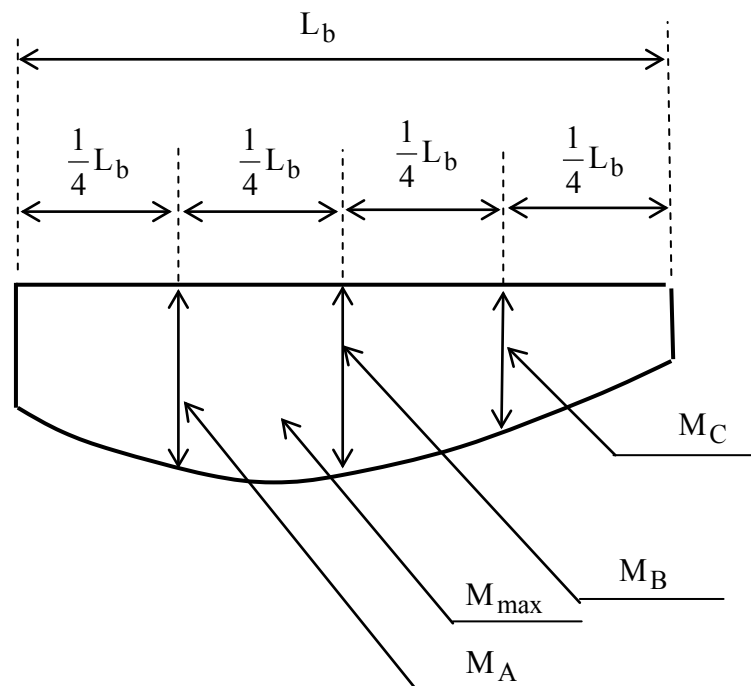
Pada analisis seperti ini, bila ada bagian balok yang berada di kanan atau kiri maka pengaruh kekakuan bagian balok di kanan dan di kiri yang ditinjau itu diabaikan. Dalam kenyataannya bagian balok tersebut ada dan tersambung secara kontinu pada bagian balok yang ditinjau. Kekakuan balok yang diabaikan ini dapat diduga akan meningkatkan momen kritis balok yang ditinjau.

Penelitian ini ditujukan untuk mempelajari pengaruh kekakuan bagian balok dikanan dan dikiri bagian balok yang ditinjau ini. Karena pengaruhnya ada karena bagian bagian balok tersebut tersambung secara kontinu, maka topik ini disebut efek kontinuitas.

Output dari penelitian ini adalah persamaan praktis yang dapat digunakan untuk menghitung momen kritis bila keberadaan balok balok yang disampingnya diperhitungkan.



Gambar 1.2 Balok dengan tumpuan lateral



Hipotesa

Hipotesa untuk penelitian ini adalah bahwa kekakuan bagian balok disamping bagian balok di kanan dan di kiri bagian balok yang ditinjau meningkatkan momen kritis yang ditinjau.

Anggapan

Dalam penelitian ini digunakan anggapan sebagai berikut:

1. Material bersifat elastic.
2. Penampang baja mempunyai dua sumbu simetri
3. Kedua ujung balok tertumpu sederhana

Ruang lingkup:

Penelitian ini membatasi diri pada ruang lingkup sebagai berikut:

1. Penampang baja berbentuk I dan mempunyai dua sumbu simetri
2. Kedua ujung balok tertumpu sederhana
3. Diantara kedua ujungnya, pada satu atau lebih titik diberikan tumpuan atau tahanan terhadap rotasi puntir.

BAB 2 STUDI PUSTAKA

2.1 Persamaan persamaan AISC untuk tekuk torsi lateral elastic.

Sebagaimana diketahui sebuah balok yang mengalami momen lentur dapat mengalami tekuk torsi lateral. Adapun peraturan perancangan struktur baja untuk gedung di Amerika Serikat (AISC) yang terbit terakhir adalah tahun 2010, dapat dipandang sebagai perkembangan terakhir dari struktur baja. Sedangkan dari makalah makalah yang telah dipublikasikan, tidak ada yang membahas tentang masalah kontinuitas dengan bagian bagian balok yang ada disampingnya.

Metode perhitungan momen kritis balok yang mengalami tekuk torsi adalah sebagai berikut.

Bila $L_b \leq L_p$ tidak terjadi lateral torsional buckling.

Bila $L_p < L_b \leq L_r$ maka momen nominal dihitung dengan persamaan sebagai berikut,

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - 0,7F_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \quad 2.1$$

Bila $L_b > L_r$

$$M_n = F_{cr} S_x \leq M_p \quad 2.2$$

L_b adalah jarak antara dua titik pada flens tertekan yang ditopang secara lateral atau yang ditopang terhadap puntir.

$$F_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r_{ts}} \right)^2} \sqrt{1 + 0,078 \frac{J_c}{S_x h_o} \left(\frac{L_b}{r_{ts}} \right)^2} \quad 2.3$$

Bilangan dibawah tanda akar dapat secara konservatif diambil sama dengan satu.

Panjang batas L_p dan L_r adalah sebagai berikut (Pers F2-5 AISC 2010),

$$L_p = 1,76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad 2.4$$

Dan (AISC Persamaan 2010 F2-6)

$$L_r = 1,95 r_{ts} \frac{E}{0,7 F_y} \sqrt{\frac{J_c}{S_x h_o} + \sqrt{\left(\frac{J_c}{S_x h_o} \right)^2 + 6,76 \left(\frac{0,7 F_y}{E} \right)^2}} \quad 2.5$$

dimana,

E adalah modulus elastisitas

J adalah kontanta torsi

S_x adalah modulus penampang terhadap sumbu x

$$r_{ts}^2 = \frac{\sqrt{I_y C_w}}{S_x} \quad 2.6$$

Untuk penampang dengan dua sumbu simetri berbentuk I,

$$c = 1 \quad 2.7$$

Untuk baja kanal (channel)

$$c = \frac{h_o}{2} \sqrt{\frac{I_y}{C_w}} \quad 2.8$$

h_o adalah jarak antara pusat flens. Untuk penampang dengan dua sumbu simetri $c = 1$

Bilamana bilangan dibawah tanda akar pada persamaan 5.16 diambil sama dengan satu, maka persamaan 5.19 dapat disederhanakan menjadi persamaan 5.23 akan tetapi ini memberikan hasil yang konservatif,

$$L_r = \pi r_{ts} \sqrt{\frac{E}{0,7F_y}} \quad 2.9$$

Untuk penampang dengan dua sumbu simetri berbentuk I,

$$C_w = \frac{I_y h_o^2}{4} \quad 2.10$$

Maka persamaan 5.20 menjadi,

$$r_{ts}^2 = \frac{I_y h_o}{2 S_x} \quad 2.11$$

r_{ts} dapat secara konservatif didekati dengan persamaan sebagai berikut ,

$$r_{ts} = \frac{b_f}{\sqrt{12 \left(1 + \frac{1}{6} \frac{h t_w}{b_f t_f} \right)}} \quad 1.12$$

Nilai C_b dihitung dengan persamaan (AISC 2010 pers F1-1),

$$C_b = \frac{12,5 M_{\max}}{2,5 M_{\max} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C} \quad 2.13$$

dimana,

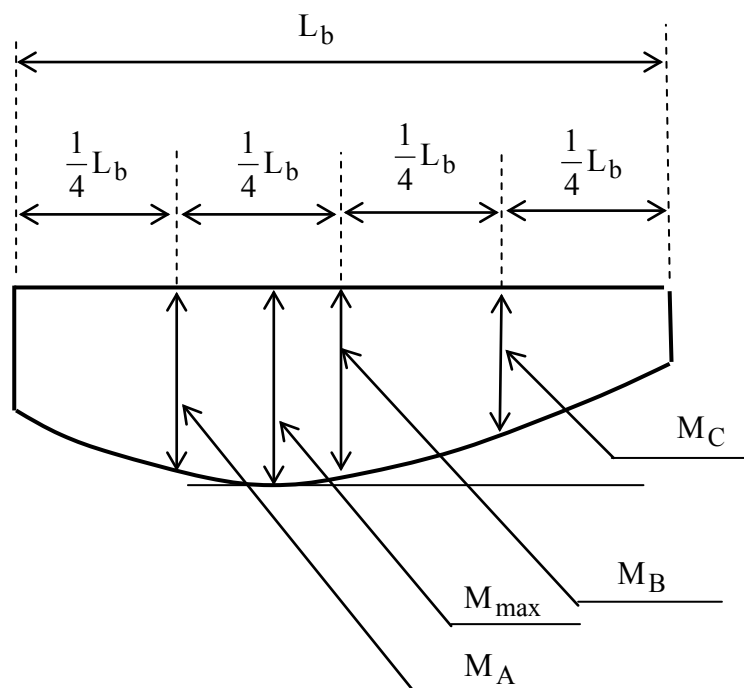
M_{\max} adalah nilai absolut momen lentur maksimum dalam unbraced segment

M_A adalah nilai absolut momen lentur pada seperempat bentang unbraced segment

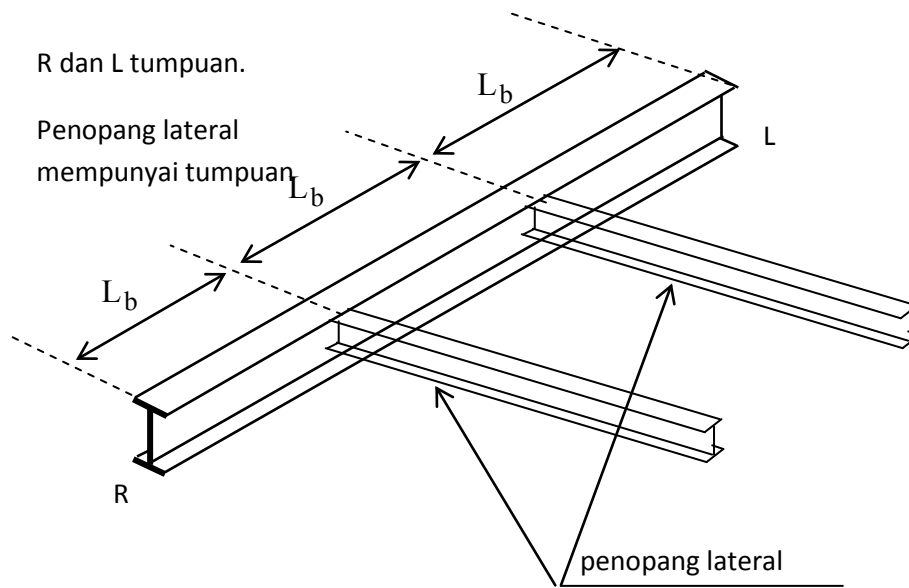
M_B adalah nilai absolut momen lentur pada tengah bentang unbraced segment

M_C adalah nilai absolut momen lentur pada tiga perempat bentang unbraced segment

Untuk kantilever yang ujung bebasnya tidak tertahan lateral $C_b = 1$



Gambar 2.1 Diagram momen lentur pada bentang L_b



Gambar 2.2 Balok dengan penopang lateral

2.2 Persamaan diferensial tekuk torsi lateral balok I

Ditinjau suatu balok dengan penampang berbentuk I. Penampang tersebut memiliki sumbu simetri ganda sehingga pusat penampang berimpit dengan pusat geser (shear center). Kedua ujungnya terletak sederhana (Gambar 3.a). Digunakan salib sumbu Cartesian. Sumbu x sumbu berimpit dengan sumbu balok. Momen lentur bekerja pada sumbu kuat (sumbu z). Pada saat momen lentur mencapai momen kritis, balok mengalami tekuk torsi lateral dengan perpindahan diarah y adalah v , perpindahan diarah z adalah w dan perpindahan rotasi ϕ (Gambar 3.b).

Persamaan diferensial pada saat terjadi tekuk torsi lateral terdiri atas tiga persamaan diferensial sebagai berikut [Chayes 1974].

$$EI_z \frac{d^2 v}{dx^2} + M(x) = 0 \quad 2.1$$

$$EI_y \frac{d^2 w}{dx^2} + M(x) \phi = 0 \quad 2.2$$

$$EC_w \frac{d^3 \phi}{dx^3} - GJ \frac{d\phi}{dx} + M(x) \frac{dw}{dx} = 0 \quad 2.3$$

Persamaan 2.1 bersifat *uncoupled* terhadap persamaan 2.2 dan 2.3 dan didalamnya hanya mengandung variable v yaitu perpindahan vertical sehingga tidak menentukan tekuk torsi lateral. Persamaan 2.2 dan persamaan 2.3 bersifat *coupled*. Keduanya mengandung perpindahan w dan ϕ , keduanya adalah perpindahan yang berkaitan dengan tekuk torsi lateral. Untuk dapat diselesaikan dengan metode beda hingga, persamaan 2.2 dan persamaan 2.3 akan digabung dengan cara sebagai berikut.

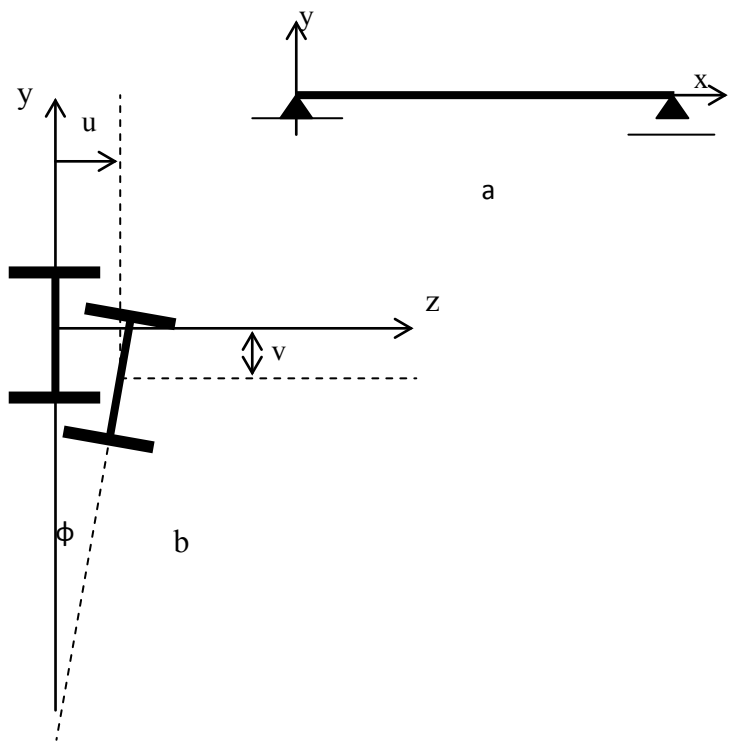
Persamaan 2.3 diturunkan satu kali didapat,

$$EC_w \frac{d^4 \phi}{dx^4} - GJ \frac{d\phi}{dx} + M(x) \frac{d^2 u}{dx^2} = 0 \quad 2.4$$

Substitusi persamaan 2.3 ke dalam persamaan 2.4

$$EC_w \frac{d^4 \phi}{dx^4} - GJ \frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{(M(x))^2}{EI_y} \phi = 0 \quad 2.5$$

Persamaan 2.5 adalah persamaan yang menguasai tekuk torsi lateral balok terlentur. Dari persamaan 2.5 dapat disimpulkan bahwa perilaku tekuk torsi lateral dapat dinyatakan dalam satu parameter perpindahan yaitu rotasi punter ϕ . Persamaan 2.5 akan diselesaikan dengan menggunakan metode beda hingga.



Gambar 2.3 a. Balok yang ditinjau

b. Perpindahan balok pada saat mengalami tekuk torsi lateral

BAB 3 METODE BEDA HINGGA

3.1 Pendahuluan

Dalam penelitian ini, tekuk torsi lateral elastik akan diselesaikan menggunakan metode beda hingga (finite difference method). Alasan digunakannya metode ini adalah karena metode ini memberikan hasil cukup akurat tetapi mudah digunakan untuk studi parameter. Sedangkan bila digunakan metode elemen hingga, maka pemodelan menjadi lebih sulit.

Untuk menerapkan metode beda hingga akan dibuat program menggunakan bahasa Fortran.

3.2 Metode beda hingga

Metode beda hingga adalah metode pendekatan untuk menyelesaikan persamaan diferensial.

Mula mula disusun persamaan diferensial untuk kasus yang dipelajari. Dalam hal ini adalah persamaan 2.5. Kemudian balok dibagi menjadi N buah titik diskret seperti pada Gambar 3.1



Gambar 3.1 Mesh pada balok untuk analisis dengan metode beda hingga

Untuk tiap titik diskrit, diterapkan persamaan 2.5 dengan menggunakan formulasi beda hingga.

Secara umum rumusan beda hingga untuk turunan adalah sebagai berikut. Untuk suatu fungsi $v = v(x)$ maka turunan ke satu, turunan kedua, dan turunan ke tiga adalah sebagai berikut,

$$\frac{dv}{dx} = \frac{v_{i+1} - v_{i-1}}{\Delta_x} \quad 3.1$$

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{v_{i+1} - 2v_i + v_{i-1}}{\Delta_x^2} \quad 3.2$$

$$\frac{d^4v}{dx^4} = \frac{v_{i+2} - 4v_{i+1} + 6v_i - 4v_{i-1} + v_{i-2}}{\Delta_x^4} \quad 3.3$$

Syarat batas

Di titik diskrit 1, turunan kedua nol.

$$\left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)_1 = 0 \quad 3.4$$

$$\frac{v_2 - 2v_1 + v_{-2}}{\Delta_x^2} = 0$$

$$v_{-2} = -v_2 \quad 3.5$$

Di titik diskrit NN, turunan kedua nol

$$\left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)_{NN} = 0 \quad 3.6$$

$$\frac{v_{nn+1} - 2v_n + v_{nn-1}}{\Delta_x^2} = 0$$

$$v_{nn+1} = -v_{nn-1} \quad 3.7$$

Persamaan beda hingga

$$EC_x \frac{d^4 \phi}{dx^4} - GJ \frac{d^2 \phi}{dx^2} + \frac{(M(x))^2}{EI_y} \phi = 0 \quad 2.5$$

Akan dijabarkan matriks koefisien untuk persamaan 2.5

Pada sebuah balok AB dimana pada titik A dan B rotasi torsi adalah nol. Tumpuan lateral diantara AB juga dinyatakan dalam besaran rotasi nol. Maka bila balok AB dibagi NN titik diskrit dan ada NT tumpuan lateral diantara AB, dan NJ adalah jumlah titik diskrit yang nilai rotasinya tidak nol maka,

$$NJ = NN - 2 - NT \quad 3.8$$

Persamaan beda hingga untuk turunan diterapkan pada titik titik yang rotasinya tidak nol. Maka penerapannya dimulai dengan titik diskrit no 2/

Untuk suku pertama persamaan 2.4:

Untuk titik diskrit 2

$$\left(\frac{d^4 \phi}{dx^4} \right)_2 = \frac{\phi_{-2} + 6\phi_2 - 4\phi_3 + \phi_4}{\Delta_x^4} \quad 3.9$$

Dengan substitusi persamaan 3.5 ke dalam persamaan 3.9 didapat,

$$\left(\frac{d^4 \phi}{dx^4} \right)_2 = \frac{+5\phi_2 - 4\phi_3 + \phi_4}{\Delta_x^4} \quad 3.10$$

Untuk titik diskrit 3

$$\left(\frac{d^4 \phi}{dx^4} \right)_2 = \frac{\phi_1 - 4\phi_2 + 6\phi_2 - 4\phi_3 + \phi_4}{\Delta_x^4} \quad 3.11$$

Dengan mengingat $\phi_1 = 0$ maka persamaan 3.11 menjadi,

$$\left(\frac{d^4 \phi}{dx^4} \right)_2 = \frac{-4\phi_2 + 6\phi_2 - 4\phi_3 + \phi_4}{\Delta_x^4} \quad 3.12$$

Untuk titik diskrit nn-1, didapat persamaan yang serupa dengan persamaan 3.12

$$\left(\frac{d^4 \phi}{dx^4} \right)_2 = \frac{\phi - 4\phi_{nn-3} + 6\phi_{nn-2} - 4\phi_{nn-1}}{\Delta_x^4} \quad 3.12$$

Untuk stabilitas struktur, penerapan metode beda hingga akan menghasilkan persamaan masalah nilai eigen (eigen value problem).

Untuk penyelesaian ini dibutuhkan dua macam subprogram yang harus dibuat yaitu subprogram untuk membangkitkan persamaan beda hingga dan subprogram untuk menyelesaikan masalah nilai eigen.

BAB 4 STUDI PARAMETER

Dalam studi ini dilakukan analisis beberapa balok I:

1. Balok dengan tinggi penampang 1000 mm, lebar flens 200 mm dan panjang 12 meter tanpa tumpuan lateral ditengah bentang dengan momen uniform.
2. Balok dengan tinggi penampang 1000 mm, lebar flens 200 mm dan panjang 12 meter dengan tumpuan lateral ditengah bentang dengan momen uniform.
3. Balok dengan tinggi penampang 1000 mm, lebar flens 200 mm dan panjang 12 meter dengan tumpuan lateral ditengah bentang dengan momen ujung bervariasi

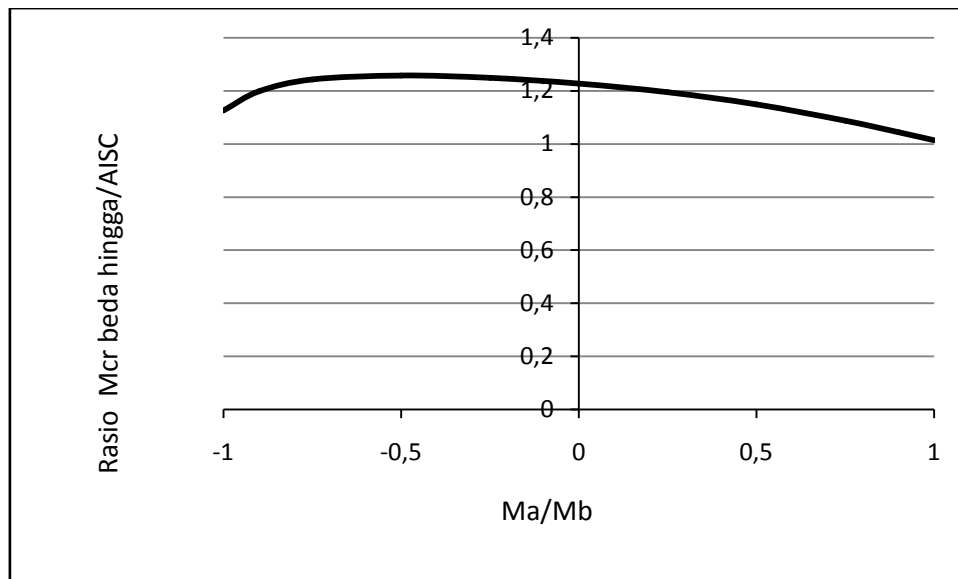
Hasil analisis dan Pembahasan.

Pada table 1 dapat dilihat hasil analisis dengan metode elemen hingga untuk balok dengan beban momen ujung bervariasi. Dapat dilihat bahwa hasil metode beda hingga untuk kasus momen seragam memberikan hasil yang relative dengan hasil analisis dengan metode elemen hingga dengan program SAP dan dengan persamaan AISC yaitu mempunyai perbedaan 1,3%.

Tabel 1. Hasil analisis dengan metode beda hingga, disbanding dengan persamaan dari AISC.

Ma/Mb	SAP	FD	Delta	AISC	Cb	Ma/Mb	FD/AISC
1	7187545	7285560	0,013637	7187545	1	1	1,013637
0,9		7655984		7334228	1,020408	0,9	1,04387
0,75		8226296		7565840	1,052632	0,75	1,087294
0,5		9176665		7986161	1,111111	0,5	1,149071
0,25		10103331		8455938	1,176471	0,25	1,194821
0		11024227		8984431	1,25	0	1,227037
-0,25		11962802		9583391	1,333333	-0,25	1,248285
-0,5		12912688		10267918	1,428571	-0,5	1,257576
-0,75		13747012		11057765	1,538462	-0,75	1,2432
-0,9		13888021		11592813	1,612903	-0,9	1,197985
-1		13485996		11979244	1,666667	-1	1,12578

Hasil hasil analisis untuk balok dengan beban momen ujung yang berbeda menunjukkan bahwa hasil analisis metode beda hingga lebih besar daripada persamaan AISC. Hal ini disebabkan karena persamaan AISC tidak memperhitungkan adanya bagian balok yang ada disamping bagian balok yang ditinjau. Karena balok bersifat simetris, maka bagian balok yang ada disamping balok yang ditinjau memberikan pengaruh pada bagian balok yang ditinjau. Bagian balok lain itu sebenarnya belum mengalami tekuk sehingga masih mempunyai kekakuan yang memberikan tahanan pada ujung balok yang ditinjau.



Gambar 4.1 Grafik rasio M_{cr} beda hingga disbanding

Persamaan AISCIh

h

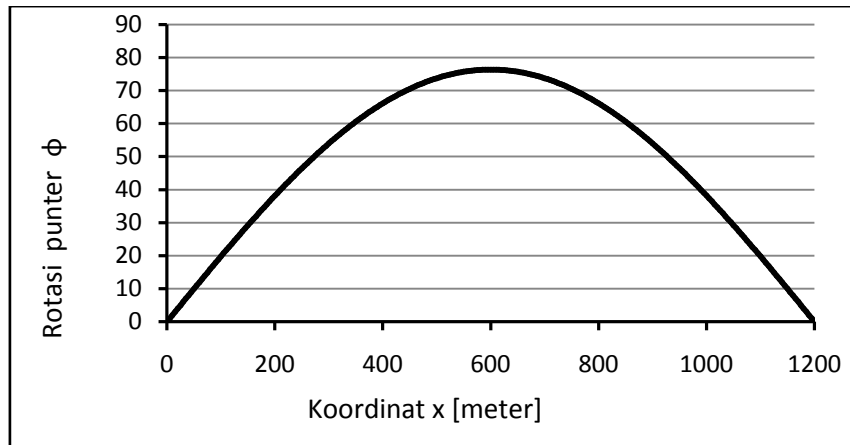
Momen kritis basil beda hingga lebih besar sampai dengan 25%. Pada kasus balok dengan satu tumpuan ditengah dan beban momen ujung berbeda.

Gambar 4.2 sampai dengan Gambar 4.7 memperlihatkan ragam tekuk terkecil untuk balok dengan tumpuan ditengah dan beban momen ujung tidak seragam. Momen ujung kiri lebih kecil dari pada momen ujung kanan. Terlihat rotasi pada bagian balok kiri lebih kecil dari bagian balok kanan. Hal ini menunjukkan bahwa bagian balok kanan sudah tertekuk bila ditinjau sendirian sedang bagian balok kiri belum tertekuk sehingga bagian balok kanan mempunyai momen kritis lebih besar dari yang dihitung dengan persamaan AISCI.

Hasil Analisis:

Kasus 1 : Beban momen uniform

MOMEN KRITIS = 0.2341877615×10^7 KG-CM

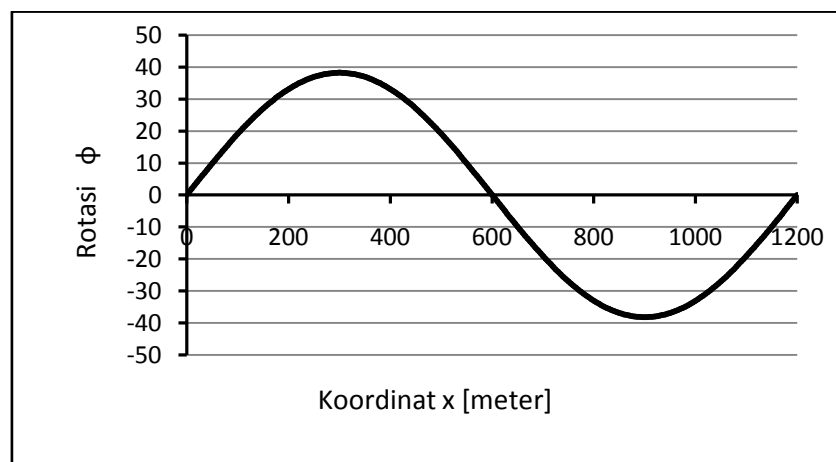


Gambar 4.2 grafik ragam tekuk pertama pada balok tanpa
Tumpuan ujung

Kasus 2

Momen kiri = 1 dan momen kanan = 1

MOMEN KRITIS = 0.7285559914×10^7 KG-CM

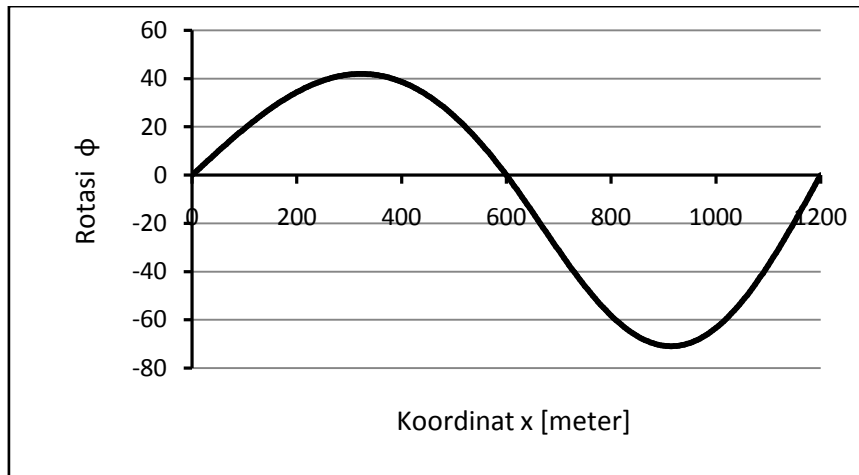


Gambar 4.3 grafik ragam tekuk pertama pada balok dengan
Satu ujung dan rasio $M_a/M_b = 1$

Kasus 3

Satu tumpuan di tengah, momen kiri 0,5 dan momen kanan = 1

MOMEN KRITIS = $0.9176664751\text{E}+07$ KG-CM

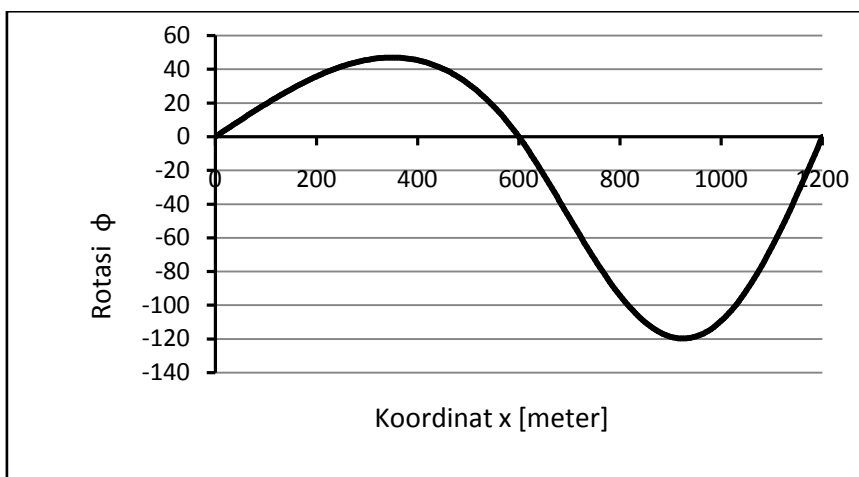


Gambar 4.4 grafik ragam tekuk pertama pada balok dengan Satu ujung dan rasio $M_a/M_b = 1$

Kasus 4

Satu tumpuan ditengah, momen kiri 0 dan momen kanan 1

MOMEN KRITIS = $0.1102422662\text{E}+08$ KG-CM

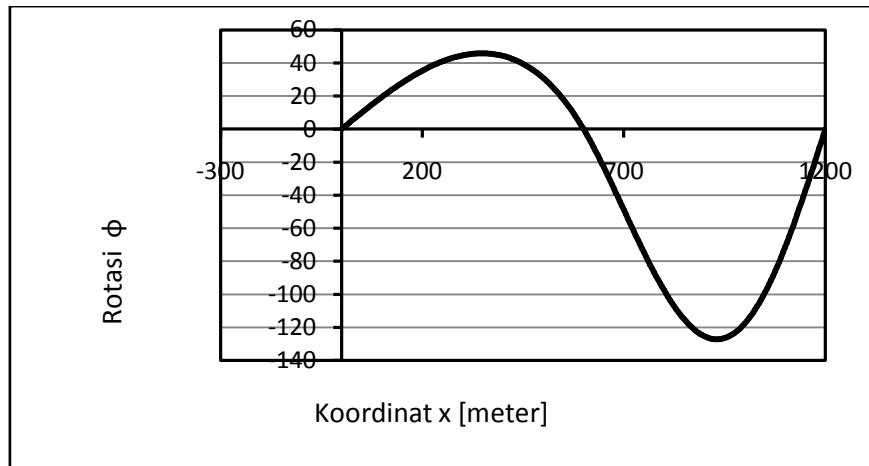


Gambar 4.5 grafik ragam tekuk pertama pada balok dengan Satu ujung dan rasio $M_a/M_b = 1$

Kasus 5

Satu tumpuan ditengah, momen kiri -0,5 dan momen kanan 1

MOMEN KRITIS = 0.1291268815×10^8 KG-CM

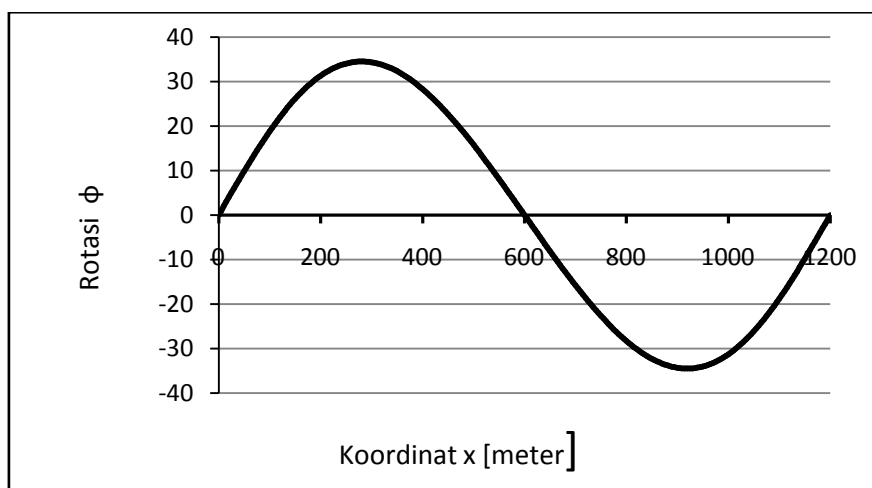


Gambar 4.6 grafik ragam tekuk pertama pada balok dengan Satu ujung dan rasio $M_a/M_b = 1$

Kasus 6

Satu tumpuan di tengah; momen kiri -1 dan momen kanan 1

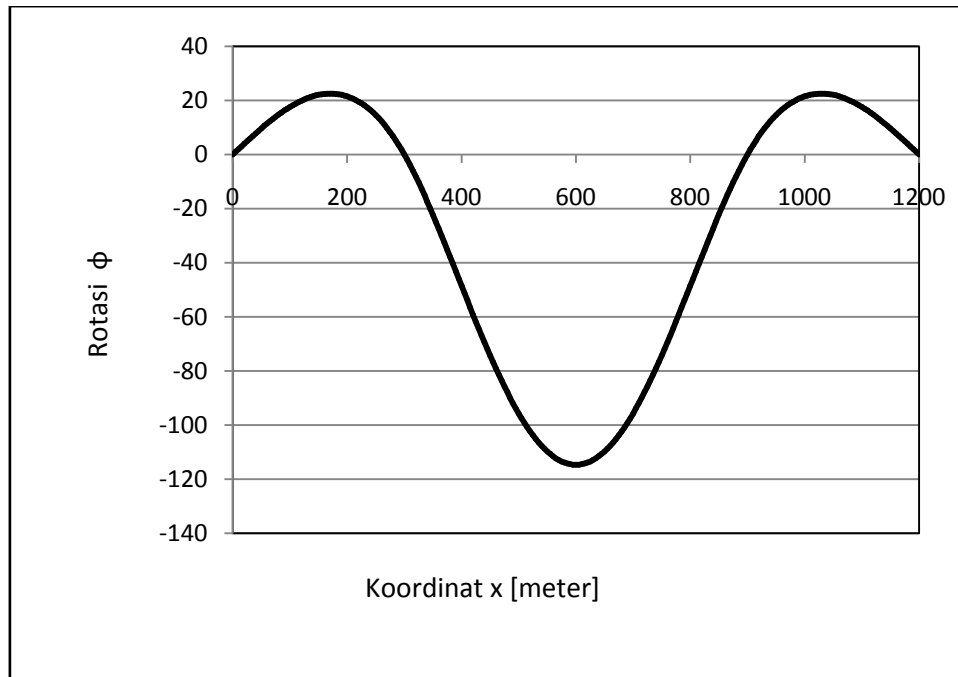
MOMEN KRITIS = 0.1348599636×10^8 KG-CM



Gambar 4.7 grafik ragam tekuk pertama pada balok dengan Satu ujung dan rasio $M_a/M_b = 1$

Kasus 7

MOMEN KRITIS = 0.1071272352×10^8 KG-CM



Gambar 4.8. Ragam tekuk untuk balok 12 meter dengan
Dua tumpuan di $x = 3$ meter dan $x = 9$ meter

Pada Gambar 4.8 adalah ragam tekuk untuk balok dengan panjang 12 meter ditumpu lateral pada jarak 3 meter dari ujung. Dalam hal ini momen kritis hasil analisis beda hingga mencapai 1,49 kali momen kritis dari AISC.

BAB 5 Kesimpulan dan Saran

5.1 Kesimpulan

Hasil studi ini menghasilkan kesimpulan sebagai berikut:

1. Metode beda hingga telah berhasil diterapkan untuk analisis tekuk torsi lateral.
2. Bagian bagian balok disamping kiri dan kanan bagian balok yang ditinjau sangat mempengaruhi stabilitas bagian balok yang ditinjau.
3. Momen kritis bagian balok yang ditinjau dapat meningkat sampai 50% dari momen kritis bila bagian balok disamping yang ditinjau diabaikan.
4. Analisis tekuk torsi lateral hendaknya meninjau stabilitas balok secara keseluruhan.

5.2 Saran

Untuk penelitian selanjutnya, perlu ditinjau pengaruh adanya gaya aksial terhadap tekuk torsi lateral. Gaya normal tersebut dapat dihipotesakan akan sangat mengurangi momen kritis.

DAFTAR PUSTAKA

American Institute of Steel Construction (AISC) [2010], “Specification for Structural Steel Buildings”, Chicago.

Chayes, (1974), “Principles of Structural Stability Theory”, Prentice Hall, Inc.

Galambos, T.V., Surovek A.E., (2008), “ Structural Stability of Steel, Concept and Application for Structural Engineers”, John Wiley and Sons, New Jersey, Canada.

Salmon, C.G. , Johnson J.E., (2009), “Steel Structures, Design and Behavior”, Prentice Hall.

Nethercod, Elastic Lateral Buckling of Beams, *in Beams and Beam Columns – Chapter 1 edited by Narayanan* Applied Science Publisher, London, 1983

Miller, B.S., (2003), Behavior of Web Tapered Built-Up I Shapes Beams, Thesis MSc, University of Pittsburgh, School of Engineering, 2003.

Park, J.S., Kang, Y.J., Lateral Buckling of Step Beams under Linear Moment Gradient, Steel Structures. 2004, pp. 71-81.

Raftoyiannis, I.G., Adamakos, T. Critical Lateral Torsional Buckling Moments of Steel Web Tapered I-Beams, (2010), The Open Construction and Building Technology Journal, 2010, 4, pp. 105-112,

Sapalas, P., Samofalov, M., Saraskinas, V. FEM Stability of Tapered Beam Column, Journal Of Civil Engineering and Beam Column, 2005, Vol 11 No 3, pp. 211-216,
Timoshenko, Gere, Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, 1963.

LAMPIRAN : PROGRAM KOMPUTER

```
C      Last change:  PKW  15 Feb 112   11:51 am
C  FINITE DIFFERENCE FOR LATERAL TORSIONAL BUCKLING ANALYSIS OF NON
PRISMATIC BEAM
COMMON /MATA/A(300,300)
COMMON /MATB/B(300,300)
COMMON /MATC/C(300,300)
COMMON /MATD/D(300,300)
COMMON /PROP/XL,DL,DR,DT,BF,TF,TW
COMMON /INERTIA/ IY(300),JS(300),CW(300)
COMMON /NPRISM/ X(300),DX(300),HX(300)
COMMON /MOMENT/XM(300),ALIY(300),FI(300)
COMMON /MOMENTS/ XMS(300)
COMMON /EIGVEC/ FI1(300)
COMMON /PARA/  NNP,NE,NJ,DELX
COMMON /LOAD/  NL,XMA,XMB
COMMON /MATERIAL/ ES,XNU,GS
COMMON /JTN/   JT(300),JC(300)

REAL*8  A,B,C,D,XL,DL,DR,BF,TF,TW,IY,JS,CW,DD,DX,HX,ES,XNU,GS
REAL*8  XM,DM,XMA,XMB,ALIY,FI,EIG,XMCR2,XMCR,XMS

OPEN (6,FILE='LTBC.DAT',STATUS='OLD')
OPEN (7,FILE='LTBC.OUT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN (8,FILE='MATRIX.CEK',STATUS='UNKNOWN')
open (9,FILE='DATA.OUT',STATUS='UNKNOWN')

C  MEMBACA TIPE WEB TAPERED
    READ (6,*) NNP
C  MEMBACA DATA PENAMPANG DAN MATERIAL

    IF (NNP.EQ.1) THEN
        READ (6,*) DL,DR,BF,TF,TW,XL,ES,XNU
    ELSEIF (NNP.EQ.2) THEN
        READ (6,*) DL,DT,DR,BF,TF,TW,XL,ES,XNU
    ENDIF
```



```

C MEMBACA DATA BANYAKNYA MESH
  READ (6,*) NE

C NE = NUMBER OF NODE (INCLUDING END SUPPORT)
  NN = NE + 1

C KODE TIPE KETIDAKPRISMATISAN ;
C NNP = 1 WEB TAPERED -> TINGGI PROFIL LINIER DARI UJUNG KIRI MEMBESAR
  KE UJUNG KANAN
C NNP = 2 WEB TAPERED -> TINGGI PROFIL LINIER DARI UJUNG KIRI MEMBESAR
  KE TENGAH BENTANG DAN MENGECIL KE UJUNG KANAN
C NNP = 3 WEB TAPERED -> TINGGI PROFIL LINIER DARI UJUNG KIRI MEMBESAR
  KE TITIK SEJARAK A DARI KIRI,
C                                     KONSTAN KE TITIK SEJARAK A DARI KIRI MEMBESAR
  KE TENGAH DAN
C                                     MENGECIL KE TITIK SEJARAK A DARI KANAN.

C KODE BEBAN : NL=1 = END MOMENT ; XMA = MOMEN UJUNG KIRI ; XMB = MOMEN
  UJUNG KANAN
C NL = 2 = BEBAN MERATA ; XMA DAN XMB DIISI NOL
C NL = 3 = BEBAN TERPUSAT DITENGAH ; XMA DAN XMB DIISI NOL

C MEMBACA DATA BEBAN
  READ (6,*) NL,XMA,XMB

C LATERAL SUPPORT : NT = NUMBER OF LATERAL SUPPORT (INTERMEDIATE
  SUPPORT);
  READ (6,*) NT

  CALL IVZERO(200,NN,JT)

  DO I=1,NT
    READ (6,*) K,JT(K)
  END DO

  JT(1) = 1
  JT(NN+1) = 1

  K = 0
  DO I=1,NN
    IF(JT(I).EQ.0) THEN
      K = K+1
      JC(I) = K
    ELSE
      ENDIF
  END DO

  GS = ES/(2*(1+XNU))

  WRITE (9,10)
10  FORMAT ('MATRIX KODE RESTRAINT JT ')
  C    CALL WRTVI(100,NN,JT,8)
  WRITE (8,11) (JT(I),I=1,NN)
11  FORMAT (15I4)

  WRITE (9,15)
15  FORMAT (//,'MATRIX KODE DISPLACEMENT JC ')

```

```

C      CALL WRTVI(100,NN,JC,8)
      WRITE (8,11) (JC(I),I=1,NN)

C SECTION PROPERTIES AT DISCRETE POINT

      DELX = XL/NE
      NJ = NE - 1 - NT

      WRITE (7,*) 'DEGREE OF FREEDOM = ', NJ

C COORDINATE OF NODE      (I = 1 adalah ujung kiri + DELX)
      DO I=1,NN
        X(I) = (I-1)*DELX
      END DO

C TINGGI PENAMPANG PADA TIAP MESH
      DD = DR - DL
      DX(1) = DL
      DX(NN) = DR
      DO I=2,NN-1
        DX(I) = DL + X(I)*DD/XL
      END DO

      DO I=1,NN
        HX(I) = DX(I) - TF
        IY(I) = 2*TF*BF**3/12 + (DX(I)-2*TF)*TW**3/12
        JS(I) = 2*BF*TF**3/3 + HX(I)*TW**3/3
        CW(I) = IY(I)*HX(I)**2/4

      END DO

      CALL WDATA

C INITIALIZATION MATRIX A
      CALL ZERO(200,200,NJ,NJ,A)

C GENERATE MATRIKS A BILA NT = 0

      DO I=2,NN-1
        IF(I.EQ.2) THEN
          IF(JT(2).EQ.0) THEN
            IR = JC(2)
            A(IR,IR) = 5
            IF(JT(2).EQ.0.AND.JT(3).EQ.0) THEN
              IC1 = JC(3)
              IC2 = JC(4)
              A(IR,IC1) = -4
              A(IR,IC2) = 1
            ELSEIF(JT(3).EQ.1.AND.JT(4).EQ.0) THEN
              IC1 = JC(4)
              A(IR,IR) = 5
              A(1,IC1) = 1
            ENDIF
          ELSE
            ENDIF
          ELSEIF(I.EQ.3) THEN
            IF(JT(3).EQ.0) THEN
              IR = JC(3)

```

```

      A(IR,IR) = 6.
      IF(JT(2).EQ.0) THEN
        IC = JC(2)
        A(IR,IC) = -4.
      ELSE
      ENDIF
      IF(JT(4).EQ.0) THEN
        IC = JC(4)
        A(IR,IC) = -4.
      ELSE
      ENDIF
      IF(JT(5).EQ.0) THEN
        IC = JC(5)
        A(IR,IC) = 1.
      ELSE
      ENDIF
    ELSE
    ENDIF
  ELSEIF(I.EQ.NN-2) THEN
    IF(JT(I).EQ.0) THEN
      IR = JC(I)
      A(IR,IR) = 6.
      IF (JT(I-2).EQ.0) THEN
        IC = JC(I-2)
        A(IR,IC) = 1
      ELSE
      END IF
      IF (JT(I-1).EQ.0) THEN
        IC = JC(I-1)
        A(IR,IC) = -4
      ELSE
      END IF
      IF (JT(I+1).EQ.0) THEN
        IC = JC(I+1)
        A(IR,IC) = -4
      ELSE
      END IF
    ELSE
    ENDIF
  ELSEIF(I.EQ.NN-1) THEN
    IF(JT(I).EQ.0) THEN
      IR = JC(I)
      A(IR,IR) = 5.
      IF(JT(I-2).EQ.0) THEN
        IC = JC(I-2)
        A(IR,IC) = 1
      ELSE
      ENDIF
      IF(JT(I-1).EQ.0) THEN
        IC = JC(I-1)
        A(IR,IC) = -4
      ELSE
      ENDIF
    ELSE
    ENDIF
  ELSE
    IF (JT(I).EQ.0) THEN
      IR = JC(I)

```

```

        A(IR,IR) = 6
        IF (JT(I-2).EQ.0) THEN
            IC = JC(I-2)
            A(IR,IC) = 1
        ELSE
            END IF
        IF (JT(I-1).EQ.0) THEN
            IC = JC(I-1)
            A(IR,IC) = -4
        ELSE
            END IF
        IF (JT(I+1).EQ.0) THEN
            IC = JC(I+1)
            A(IR,IC) = -4
        ELSE
            END IF
        IF (JT(I+2).EQ.0) THEN
            IC = JC(I+2)
            A(IR,IC) = 1
        ELSE
            END IF
        ELSE
            END IF
    ENDIF

END DO

C WRITE MATRIX A
    WRITE (8,25)
25    FORMAT (//, 'MATRIX A')
    CALL WRT(200,200,NJ,NJ,A,8)

C GENERATE MATRIX B
    CALL ZERO(200,200,NJ,NJ,B)

DO I=2,NN-1
    IF (I.EQ.2) THEN
        IF (JT(2).EQ.0) THEN
            IR = JC(I)
            B(IR,IR) = -2
            IF (JT(I+1).EQ.0) THEN
                IC = JC(I+1)
                B(IR,IC) = 1
            END IF
        ELSE
            END IF
    ELSEIF(I.EQ.NN-1) THEN
        IF (JT(I).EQ.0) THEN
            IR = JC(I)
            B(IR,IR) = -2
            IF (JT(I-1).EQ.0) THEN
                IC = JC(I-1)
                B(IR,IC) = 1
            ELSE
                END IF
        ELSE
            END IF
    ELSE
        END IF
END IF

```

```

ELSE
  IF (JT(I).EQ.0) THEN
    IR = JC(I)
    B(IR,IR) = -2
    IF (JT(I-1).EQ.0) THEN
      IC = JC(I-1)
      B(IR,IC) = 1
    ELSE
      END IF
    IF (JT(I+1).EQ.0) THEN
      IC = JC(I+1)
      B(IR,IC) = 1
    ELSE
      END IF
    ELSE
      END IF
  END IF
END DO

C WRITE MATRIX B
WRITE (8,26)
26  FORMAT (//, 'MATRIX B')

CALL WRT(300,300,NJ,NJ,B,8)

C MENJUMLAH MATRIX A DAN B

DO I=1,NJ
  AL1 = ES*CW(I)
  AL2 = GS*JS(I)
  DO J=1,NJ
    A(I,J) = AL1*A(I,J)/DELX**4
    B(I,J) = AL2*B(I,J)/DELX**2
  END DO
END DO

WRITE (8,27)
27  FORMAT (//, 'MATRIX A KALI ECw')
CALL WRT(300,300,NJ,NJ,A,8)
WRITE (8,28)
28  FORMAT (//, 'MATRIX B KALI GJ')
CALL WRT(300,300,NJ,NJ,B,8)

CALL SUBTRACT(300,300,NJ,NJ,A,B,C)

WRITE (8,29)
29  FORMAT (//, 'MATRIX C')
CALL WRT(300,300,NJ,NJ,C,8)

C GENERATE MATRIX D
CALL ZERO(300,300,NJ,NJ,D)
DO I=1,NJ
  D(I,I) = 1
END DO

WRITE (8,30)
30  FORMAT (//, 'MATRIX D')
CALL WRT(300,300,NJ,NJ,D,8)

```

```

C RASIO IY(I) THD IY0
  DO I=1,NN
    ALIY(I) = IY(NN)/IY(I)
  END DO

  WRITE (8,34)
34  FORMAT (//,'RASIO IY UJUNG/IY SETEMPAT')
  WRITE (8,35) (ALIY(I),I=1,NJ)
35  FORMAT (5(E12.5,1X))

C BENDING MOMENTS : NL = 1 -> END MOMENTS ; NL = 2 -> UNIFORMLY
DISTRIBUTED LOAD
C NL = 3 CONCENTRATED LOAD AT THE MIDDLE

C DISTRIBUSI MOMEN
  IF (NL.EQ.1) THEN
    XMS(1) = XMA
    DM = XMB-XMA
    DO I=2,NN
      XMS(I) = XMA + X(I)*DM/XL
    END DO
  ELSEIF(NL.EQ.2) THEN
    DO I=1,NN
      XMS(I) = 4*(X(I)/XL) - 4*(X(I)/XL)**2
    END DO
  ELSEIF(NL.EQ.3) THEN
    DO I=1,NN
      IF(I.LE.(NN/2+1)) THEN
        XMS(I) = 2*X(I)/XL
      ELSEIF(I.GT.(NN/2+1)) THEN
        XMS(I) = 2*(XL-X(I))/XL
      ENDIF
    END DO
  END IF

C MATRIKS XM

  DO I=1,NN
    IF(JT(I).EQ.0) THEN
      IR = JC(I)
      XM(IR) = XMS(I)
    ELSE
      ENDIF
  END DO

  WRITE (8,31)
31  FORMAT (//,'MOMEN')
  DO I=1,NJ
    WRITE (8,32) XM(I)
  END DO
32  FORMAT (E12.5)

  DO I=1,NJ
C    DO J=1,NJ
      D(I,I) = XM(I)**2*D(I,I)*ALIY(I)
    END DO
  END DO

```

```

C      END DO
      END DO

C WRITE MATRIX C,D
      WRITE (8,40)
40     FORMAT (//, 'MATRIX D KALI MOMEN')
      CALL WRT(300,300,NJ,NJ,D,8)

C MATRIX C DISKALA 10^-6
      DO I=1,NJ
        DO J=1,NJ
          C(I,J) = C(I,J)/10**6
        END DO
      END DO

      WRITE (8,50)
50     FORMAT (//, 'MATRIX C DISKALA 10^-6')
      CALL WRT(300,300,NJ,NJ,C,8)

      CALL EIGEN(300,NJ,C,D,FI,EIG)

      DO I=1,NN
        IF (JT(I).EQ.0) THEN
          IR = JC(I)
          FI1(I) = FI(IR)
        ELSE
          FI1(I) = 0
        END IF
      END DO

      WRITE (7,60)
60     FORMAT (//, 'EIGEN VECTOR')
      WRITE (7,70)
70     FORMAT ('X',13X,'FI')
      DO I=1,NN
        WRITE (7,80)X(I),FI1(I)
      END DO
80     FORMAT (2(F8.2,2X))

C MENGHITUNG MOMEN KRITIS
      XMCR2 = ES*IY(NJ+1)*(1000000)/EIG
      XMCR = SQRT(XMCR2)
      WRITE (7,90) XMCR
90     FORMAT (//, 'MOMEN KRITIS = ',E18.10,' KG-CM')

      STOP
      END

C SUBROUTINE MENULIS DATA
      SUBROUTINE WDATA
      COMMON /PROP/XL,DL,DR,DT,BF,TF,TW
      COMMON /INERTIA/ IY(300),JS(300),CW(300)
      COMMON /NPRISM/ X(300),DX(300),HX(300)
      COMMON /MOMENT/XM(300),ALIY(300),FI(300)
      COMMON /PARA/ NNP,NE,NJ,DELX
      COMMON /LOAD/ NL,XMA,XMB
      COMMON /MATERIAL/ ES,XNU,GS

```

```

REAL*8 XL,DL,DR,BF,TF,TW,IY,JS,CW,DX,HX,ES,XNU,GS
REAL*8 XM,XMA,XMB,ALIY,FI

WRITE (7,*) 'TINGGI PENAMPANG UJUNG KIRI = ',DL

IF (NNP.EQ.2) THEN
  WRITE (7,*) 'TINGGI PENAMPANG DI TENGAH = ', DT
END IF

WRITE (7,*) 'TINGGI PENAMPANG UJUNG KANAN = ',DR
WRITE (7,*) 'LEBAR FLENS = ',BF
WRITE (7,*) 'TEBAL FLENS = ',TF
WRITE (7,*) 'TEBAL WEB = ',TW
WRITE (7,*) 'PANJANG BALOK = ',XL
WRITE (7,*) 'JUMLAH MESH = ',NE

WRITE (7,*) 'MODULUS ELASTISITAS = ',ES
WRITE (7,*) 'XNU = ',XNU
WRITE (7,*) 'SHEAR MODULUS = ',GS

C MENULIS TIPE BEBAN
IF (NL.EQ.1) THEN
  WRITE (7,*) 'BEBAN END MOMENTS'
  WRITE (7,*) 'MOMEN UJUNG KANAN XMA = ',XMA
  WRITE (7,*) 'MOMEN UJUNG KIRI XMB = ', XMB
END IF

WRITE (8,10)
10  FORMAT (//,'X',14X,'DX',12X,'HX',12X,'IY',12X,'J',13X,'CW')

DO I=1,NJ+1
  WRITE (8,20) X(I),DX(I),HX(I),IY(I),JS(I),CW(I)
END DO
20  FORMAT (6(E12.5,2X))

WRITE (8,30) NL
30  FORMAT (//,'TIPE BEBAN = ',I3)
WRITE (8,35) XMA,XMB
35  FORMAT ('XMA = ',E12.5,3X,'XMB = ',E12.5)

END SUBROUTINE

C SUBROUTINE TO COMPUTE EIGENVALUE USING POWER METHOD
SUBROUTINE EIGEN(ND1,N,A1,B1,X,EIG)
REAL*8 A1 (ND1,ND1),A (ND1,ND1),X (ND1),Y (ND1),X1 (ND1),AI (ND1,ND1),
+      B1 (ND1,ND1),EIG

C      OPEN (6,FILE='MATRIX',STATUS='OLD')
OPEN (11,FILE='EIGEN.CEK',STATUS='UNKNOWN')

C      READ (6,*) N          ! DIMENSI MATRIX
C      READ (6,*) ((A1(I,J),J=1,N),I=1,N)
C      READ (6,*) ((B1(I,J),J=1,N),I=1,N)
C      READ (6,*) JI         ! BANYAKNYA ITERASI

```



```

        WRITE (11,10)
10      FORMAT (//, 'MATRIX A')

        WRITE (11,11) ((A1(I,J), J=1,N), I=1,N)
11      FORMAT (7(E12.5,2X))
        WRITE (11,12)
12      FORMAT (//, 'MATRIX B ')
        WRITE (11,11) ((B1(I,J), J=1,N), I=1,N)

        CALL INVERS(300,N,A1,AI)
        CALL MULT(300,300,300,N,N,N,AI,B1,A)

c 12 m : 4,5-4-4,5
        DO I=1,89
            X(I) = 1.

        END DO

        DO I=90,168
            X(I) = -1.
        END DO

        DO I=169,N
            X(I) = 1.
        END DO

c 12 m : 4-4-4
c      DO I=1,79
c          X(I) = 1

c      END DO

c      DO I=80,158
c          X(I) = -1
c      END DO

c      DO I=159,N
c          X(I) = 1
c      END DO

c      DO I=1,N
c          X(I) = 1.
c      END DO

c      DO I=1,119
c          X(I) = 1.
c      END DO

c      DO I=120,N
c          X(I) = -1.
c      END DO

c      DO I=1,59
c          X(I) = 1.
c      END DO

```

```

c      DO I=59,178
c          X(I) = -1.
c      END DO

c      DO I=119,177
c          X(I) = 1
c      END DO

      DO I=179,N
          X(I) = 1
      END DO

      JI = 40
      DO J=1,JI
          CALL MULT1(300,300,N,N,A,X,Y)
          CALL NORMAL(300,N,Y,X1,EIG)
          DO J1=1,N
              DEL = ABS(X1(J1)-X(J1))
              IF (DEL.GT.0.00001) THEN
                  CALL DUPV(200,N,X1,X)
                  GOTO 20
              ELSE
                  END IF
          END DO
          CALL DUPV(300,N,X1,X)
          GOTO 30
20      END DO

      WRITE (7,21) EIG
21      FORMAT ('EIG = ',E12.5)

30      WRITE (7,40)
40      FORMAT (//,' EIGEN VALUE = ')

      WRITE (7,50) EIG
50      FORMAT ('EIG = ',E12.5)
c      WRITE (7,60)
c60      FORMAT (//,'EIGEN VECTOR = ')
c      WRITE (7,70) (X(I),I=1,N)
c 70      FORMAT (2X,E12.5)
      WRITE (7,25) J
25      FORMAT (//,'BANYAKNYA ITERASI = ',I3)
      END SUBROUTINE

C MEMBACA MATRIX A
C SUBROUTINE INVERSE MATRIX
      SUBROUTINE INVERS (ND,N,A,B)
          REAL*8 A(ND,ND), B(ND,ND), AM(ND,ND), TEMP, PIV

C          WRITE (16,*)
C          WRITE (16,*) 'Matriks A didalam subroutine INVERS'
C          WRITE (16,*) 'N = ',N
C          CALL WRT(ND,ND,N,N,A,16)

      DO I=1,N
          DO J=1,N

```

```

        AM(I,J) = A(I,J)
    END DO
END DO

CALL ZERO (ND,ND,N,N,B)
DO I=1,N
    B(I,I) = 1.
END DO

DO J=1,N-1

C FIND PIVOT ELEMENT
    PIV = 0.
    DO I=J,N
        IF (ABS (PIV) .LT. ABS (AM(I,J))) THEN
            PIV = AM(I,J)
            IMAX = I
        ELSE
            ENDIF
    END DO

    IF (ABS (PIV) .LT. 1E-30) THEN
        WRITE(*,*) 'MATRIX SINGULIR'
        STOP
    ELSE
        ENDIF

C EXCHANGE ROW
    DO I=J,N
        TEMP = AM(J,I)
        AM(J,I) = AM(IMAX,I)
        AM(IMAX,I) = TEMP
    END DO
    DO I=1,N
        TEMP = B(J,I)
        B(J,I) = B(IMAX,I)
        B(IMAX,I) = TEMP
    END DO

C DIVIDE ROW J BY PIVOT
    PIV = AM(J,J)
    DO I=J+1,N
        AM(J,I) = AM(J,I)/PIV
    END DO
    DO I=1,N
        B(J,I) = B(J,I) / PIV
    END DO
    AM(J,J) = 1.

C SUBTRACT ROW I BY PIV * ROW J
    DO I=J+1,N
        PIV = AM(I,J)
        AM(I,J) = 0
        DO I1=J+1,N
            AM(I,I1) = AM(I,I1) - PIV * AM(J,I1)
        END DO
        DO I1=1,N
            B(I,I1) = B(I,I1) - PIV * B(J,I1)

```

```

        END DO
    END DO
END DO

IF (ABS (AM (N,N) ) .LT.1E-30) THEN
    WRITE (*,*) 'MATRIX SINGULIR'
    STOP
ELSE
    ENDIF
DO I1=1,N
    B (N,I1) = B (N,I1) / AM (N,N)
END DO
AM (N,N) = 1

C ELIMINATE ELEMENT ABOVE DIAGONAL
DO I=N-1,1,-1
    DO J=1,I
        PIV = AM (J,I+1)
        DO J1 =1,N
            B (J,J1) = B (J,J1) - PIV * B (I+1,J1)
            AM (J,J1) = AM (J,J1) - PIV * AM (I+1,J1)
        END DO
    END DO
END DO

DO I=1,N
    DO J=1,N
        AM (I,J) = 0
        DO K=1,N
            AM (I,J) = AM (I,J) + A (I,K) *B (K,J)
        END DO
    END DO
END DO
RETURN
END

C SUBPROGRAM MENGHITUNG FAKULTET
SUBROUTINE NFACT (N,XFAC)
REAL*8 XFAC
XFAC = 1.
DO I=1,N
    XFAC = XFAC*I
END DO
END SUBROUTINE

C SUBPROGRAM MENGHITUNG FAKULTET
SUBROUTINE NFACT1 (N,XFAC)
REAL*8 XFAC
XFAC = 1.
DO I=21,N
    XFAC = XFAC*I
END DO
END SUBROUTINE

C SUBROUTINE INISIALISASI MATRIKS A REAL
SUBROUTINE ZERO (MD,ND,MR,MC,A)

```

```

REAL*8 A(MD,ND)
DO I=1,MR
  DO J=1,MC
    A(I,J) = 0.
  END DO
END DO
RETURN
END

C SUBROUTINE INISIALISASI VEKTOR X
SUBROUTINE VZERO(MD,NR,X)
REAL*8 X(MD)
DO I=1,NR
  X(I) = 0.
END DO
RETURN
END SUBROUTINE

SUBROUTINE IVZERO(MD,NR,K)
DIMENSION K(MD)
DO I=1,NR
  K(I) = 0.
END DO
RETURN
END SUBROUTINE

C SUBROUTINE NORMALISASI
SUBROUTINE NORMAL(N1,N,Y,X,EIG)
REAL*8 X(N1),Y(N1),EIG
EIG = Y(1)
DO I=1,N
  X(I) = Y(I)/EIG
END DO
END SUBROUTINE

C SUBROUTINE PERKALIAN MATRIKS REAL A X B = C
SUBROUTINE MULT(N1,N2,N3,M,N,L,A,B,C)
REAL*8 A(N1,N2),B(N2,N3),C(N1,N3)
DO I=1,M
  DO J=1,L
    C(I,J) = 0.
    DO K=1,N
      C(I,J) = C(I,J) + A(I,K) * B(K,J)
    END DO
  END DO
END DO
RETURN
END

C SUBROUTINE PERKALIAN MATRIKS REAL A X B = C
SUBROUTINE MULT1(N1,N2,M,N,A,B,C)
REAL*8 A(N1,N2),B(N2),C(N1)
DO I=1,M
  C(I) = 0.
  DO K=1,N
    C(I) = C(I) + A(I,K) * B(K)
  END DO
END DO
RETURN
END

```

```

        END DO
    END DO
    RETURN
END

C SUBROUTINE MENGHITUNG A - B C D
C     SUBROUTINE AMBCD(N1,N2,N3,N4,M1,M2,M3,M4,A,B,C,D,X)
C     REAL*8 A(N1,N2),B(N1,N3),C(N3,N4),D(N4,N2),X(N1,N2)
C     REAL*8 BC(N1,N4),BCD(N1,N2)

C     CALL MULT(N1,N3,N4,M1,M3,M4,B,C,BC)
C     CALL MULT(N1,N4,N2,M1,M4,M2,BC,D,BCD)
C     CALL SUBTRACT(N1,N2,M1,M2,A,BCD,X)

C     RETURN
C     END

C SUBROUTINE DUPLIKAT MATRIKS
C     SUBROUTINE DUP(M1,M2,N1,N2,A,B)
C     REAL*8 A(M1,M2),B(M1,M2)
C     DO I=1,N1
C         DO J=1,N2
C             B(I,J) = A(I,J)
C         END DO
C     END DO
C     END SUBROUTINE

C SUBROUTINE DUPLIKAT MATRIKS
C     SUBROUTINE DUPV(M1,N,A,B)
C     REAL*8 A(M1),B(M1)
C     DO I=1,N
C         B(I) = A(I)
C     END DO
C     END SUBROUTINE

C SUBROUTINE MATRIKS [A] - [B]
C     SUBROUTINE SUBTRACT(N1,N2,M,N,A,B,D)
C     REAL*8 A(N1,N2),B(N1,N2),D(N1,N2)
C     DO I=1,M
C         DO J=1,N
C             D(I,J) = A(I,J) - B(I,J)
C         END DO
C     END DO
C     RETURN
C     END

C SUBROUTINE MATRIKS [A] - [B]
C     SUBROUTINE SUBTRACTV(N1,N,A,B,D)
C     REAL*8 A(N1),B(N1),D(N1)
C     DO I=1,N
C         D(I) = A(I) - B(I)
C     END DO
C     RETURN
C     END

```

```

C SUBROUTINE MENJUMLAH MATRIKS [A] + [B]
  SUBROUTINE ADD(N1,N2,M,N,A,B,C)
    REAL*8 A(N1,N2),B(N1,N2),C(N1,N2)
    DO I=1,M
      DO J=1,N
        C(I,J) = A(I,J) + B(I,J)
      END DO
    END DO
  RETURN
END

```

```

C SUBROUTINE MENJUMLAH MATRIKS [A] + [B]
  SUBROUTINE ADDV(N1,N,A,B,C)
    REAL*8 A(N1),B(N1),C(N1)
    DO I=1,N
      C(I) = A(I) + B(I)
    END DO
  RETURN
END

```

```

C SUBROUTINE MENJUMLAH MATRIKS [A] + [B]
C   SUBROUTINE ADDC1(N1,N2,M,N,A,B,C)
C   REAL*8 B(N1,N2)
C   COMPLEX*16 A(N1,N2),C(N1,N2)
C   DO I=1,M
C     DO J=1,N
C       C(I,J) = A(I,J) + B(I,J)
C     END DO
C   END DO
C   RETURN
C   END

```

```

C SUBROUTINE MENULIS MATRIKS
  SUBROUTINE WRT(N1,N2,M,N,A,NF)
    REAL*8 A(N1,N2)
    WRITE(NF,10) ((A(I,J),J=1,N),I=1,N)
10  FORMAT(7(E12.5,2X))
  END SUBROUTINE

```

```

C SUBROUTINE MENULIS MATRIKS
  SUBROUTINE WRTV(N1,N,A,NF)
    REAL*8 A(N1)
    WRITE(NF,10) (A(I),I=1,N)
10  FORMAT(4(E12.5,2X))
  END SUBROUTINE

```

```

C SUBROUTINE MENULIS MATRIKS
  SUBROUTINE WRTVI(N1,N,J,NF)
    WRITE(NF,10) (J(I),I=1,N)
10  FORMAT(15I4)
  END SUBROUTINE

```

